

Sistemas de ecuaciones lineales

1. (Junio 94)

a) Escribir la matriz asociada al sistema:
$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + y - 2z = 6 \\ x + 2y + z = 4 \\ 5x - 5z = 7 \end{array} \right\}$$

b) A partir de la matriz anterior y utilizando el método de Gauss, estudiar y, en su caso, resolver el sistema.

Solución: No existe solución

2. (Sept. 95) Resolver por el método de Gauss el sistema de ecuaciones lineales:
$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y - z = 8 \\ 3x + 5y + 4z = 12 \\ 9x + 16y + 5z = 48 \end{array} \right.$$

Solución: S.C.I (-16-13k, 7k+12, k)

3. (Junio 97) Resolver, por el método de Gauss:
$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y + z = 1 \\ -x + 3y = 2 \\ 4x + 13y - z = 17 \end{array} \right.$$

Solución: (1, 1, 0)

4. (Sept. 94) Si se aumenta el numerador y el denominador de una fracción en 3 y 5 unidades respectivamente, la fracción se transforma en $\frac{2}{3}$, pero si se restan 2 y 1 al numerador y al denominador respectivamente, ésta se transforma en $\frac{1}{2}$. Encontrar dicha fracción.

Solución: x=5, y=7

5. (Junio 95) Encontrar un número de tres cifras que verifique las siguientes propiedades:

- La suma de sus cifras es 24
- Si se intercambian las cifras de las unidades y decenas el número disminuye en 9 unidades.
- Si se intercambian las cifras de las centenas y decenas el número disminuye en 90 unidades.

Solución: 987

6. (Junio 96) Una tienda posee tres tipos de conservas cárnicas: A, B y C. Un cliente compra el primer mes 30 unidades de A, 20 de B y 10 de C, teniendo que abonar 84.000 ptas. . Al mes siguiente compra 20 unidades de A y 25 de C y abona 69.000 Ptas. . Sabiendo que el precio medio de los tres productos es 1.500 ptas. , encontrar el precio de cada una de las unidades.

Solución: (1.200, 1.500, 1.800)

7. (Sept. 96) Un joyero tiene monedas de tres clases: A, B y C. Las monedas del tipo A tienen un gramo de oro, dos de plata y siete de cobre; las de tipo B tienen tres gramos de oro, dos de plata y cinco de cobre, finalmente, las del tipo C tienen cuatro gramos de oro, tres de plata y tres de cobre. ¿Cuántas monedas de cada tipo debe fundir para obtener una moneda de 22 gramos de oro, 22 de plata y 56 de cobre?

Solución: (5, 3, 2)

8. (Sept. 97) Un número de tres cifras verifica:

- a) La suma de sus cifras es 24
- b) La diferencia entre las cifras de las centenas y las decenas es 1.
- c) Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas el número disminuye en 198 unidades.

Encontrar el número.

Solución: 987

9. (Junio 98) Un capitán tiene tres compañías: una de suizos, otra de zuavos y una tercera de sajones. Al asaltar una fortaleza el capitán promete una recompensa de 901 escudos que se repartirán de la siguiente forma: el soldado que primero suba y todos los de su compañía recibirán un escudo, el resto de la recompensa se repartirá a partes iguales entre el resto de los soldados. Sabiendo que si el primero que sube es un suizo, los de las demás compañías reciben medio escudo; si el primero es un zuavo los restantes reciben un tercio de escudo y si el primero es un sajón un cuarto de escudo, ¿cuántos hombres hay en cada compañía?
Solución: (265, 583, 689)
10. (Sep. 98) Sea N un número de tres cifras, se forman con N los números: N' obtenido restando una unidad a cada una de las cifras de N; N'' obtenido intercambiando las cifras de las unidades y centenas de N' y, finalmente, M obtenido intercambiando en N las cifras de las unidades y de las decenas. Sabiendo que $N'' - N = 87$, $M - N = 27$ y que la suma de las cifras de N es 10, encontrar N.
Solución: N=325
11. (Junio 99) En una cierta heladería por una copa de la casa, dos horchatas y cuatro batidos le cobran 3400 pts. un día. Otro día por 4 copas de la casa y 4 horchatas le cobran 4400 pts. Y un tercer día le piden 2600 pts. por una horchata y cuatro batidos. ¿Tiene usted motivos para pensar que alguno de los tres días le han presentado una cuenta incorrecta?
Solución: Si
12. (Junio 99) El Sr. García deja a sus hijos herederos de todos su dinero con las siguientes condiciones: al mayor le deja la media de lo que le deja a los otros dos más 30.000 euros, al mediano exactamente la media de los de los otros dos y al pequeño la media de los de los otros dos menos 30.000 euros. Conociendo estas condiciones solamente, ¿pueden los hijos saber cuánto dinero ha heredado cada uno?
Solución: No
13. (Junio 2000) En el supermercado, por 2 litros de leche, 2 barras de pan y 1 Kg de azúcar le cobraron un día 490 pts. y otro día, por 1 litro de leche, 1 barra de pan y 1 Kg de azúcar pagó 320 pesetas.
- a) ¿Puede determinar con estos datos los precios de la barra de pan, el litro de leche y el Kg. de azúcar? ¿Y alguno de ellos?
Solución: No; Si, el Kg. de azúcar cuesta 150 ptas.
- b) Si un tercer día le piden 540 pesetas por tres litros de leche y tres barras de pan, ¿puede estar seguro de que alguno de los tres días se han equivocado al hacer la cuenta?
Solución: Si
14. (Sept. 00) El presupuesto para muebles de un Instituto es cinco veces la suma del de libros más el de material de oficina. El presupuesto para libros es el triple del de material de oficina. La suma de lo presupuestado para muebles y material de oficina es 7 veces lo destinado a libros.
- a) ¿Puede saber con estos datos el dinero destinado a cada una de las tres cosas?. Justifique su respuesta.
- b) Determine las tres cantidades, sabiendo que para libros hay 300.000 pts.
Solución: (2.000.000, 100.000 , 300.000)
15. (Junio 01) Los tres componentes que inciden en la agresividad de los cobayas son el magnesio, el sodio y el potasio. La agresividad más baja en estos animales se consigue con una dieta diaria con 290 mg. de magnesio, 70 de sodio y 250 de potasio. En el mercado hay tres tipos de pastillas A, B y C, cuyos contenidos en mg. de magnesio, sodio y potasio se dan en la tabla. Calcule cuantas pastillas de cada tipo habría que añadir a la comida de los cobayas para que su comportamiento sea el menos agresivo posible.

	Magnesio	Sodio	Potasio
A	10 mg.	20 mg.	30 mg.
B	20 mg.	10 mg.	40 mg.

C	30 mg.	0 mg.	10 mg.
---	--------	-------	--------

Solución: (2, 3, 7)

16. (Sept. 01) Un examen de matemáticas, que consta de 30 preguntas, se califica del siguiente modo : cada respuesta correcta suma 1 punto y cada respuesta equivocada resta medio punto (las preguntas no contestadas ni suman ni restan puntos).

Un alumno que ha obtenido 17.5 puntos tiene tantas respuestas equivocadas como no contestadas. Determine el número de respuestas correctas y equivocadas de este alumno.

Solución: (20, 5, 5)

17. (Junio 02) Por 9 entradas de Patio (BP), 6 de Anfiteatro I (AI) y 9 de Anfiteatro II (AII) ha pagado 480 euros. A otra persona le han cobrado 140 euros por 4 de AI y 6 de AII y una tercera persona paga 160 euros por 3 de BP, 2 de AI y 3 de AII.

- Determine, sólo con estos datos, el precio de las Butacas de Patio.
- ¿Puede determinar el precio de las entradas de Anfiteatro I y II?
- Si le dicen que el precio de las de Anfiteatro I es el doble de las de Anfiteatro II, ¿podría entonces determinar esos precios?. Si la respuesta es si, determínelos.

18. (Sept. 02) El precio de la pensión completa en una residencia es de 30 euros por persona y día. A los niños menores de 10 años se les cobra el 50% y a las personas de 65 años el 70% de ese precio. Determine el número de niños de menos de 10 años y de personas mayores de 65 que había cierto día en la residencia, si se sabe que: había 200 personas, el número de mayores de 65 era igual al 25 % del número de niños y se recaudaron 4620 euros por las pensiones completas de todas ellas.

19. (Junio 94) Discutir, según los valores del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = \lambda \\ 2x + \lambda y + 3z = 4 \\ x + y + \lambda z = 6 \end{cases}$$

Solución: Si $\lambda = 1$, S.I
Si $\lambda \neq 1$ SCD

20. (Sept. 94) Estudiar, según los valores del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = \lambda \\ 2x - y + \lambda z = 1 \\ x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

Solució Si $\lambda = 2$, SI
Si $\lambda \neq 2$ SCD

21. (Junio 95) Discutir, según los valores del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ y + \lambda z = 2 \\ 2x + y + z = 3 \end{cases}$$

Solución: Si $\lambda = -1$ S.I
Si $\lambda \neq -1$ SCD

22. (Junio 96) Discutir, según los valores del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + \lambda z = 1 \\ x + y + z = \lambda \\ y - \lambda z = 2 \end{cases}$$

Soluc Si $\lambda = 1$, SCI
Si $\lambda \neq 1$ SCD

23. (Sept. 96) Discutir, según los valores del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y - z = \lambda \\ -x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + \lambda z = 2\lambda \end{cases}$$

Soluci Si $\lambda = -16/3$ S.I
Si $\lambda \neq -16/3$ SCD

24. (Junio 97) Discutir, por el método de Gauss, según los valores del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - \lambda y + z = \lambda \\ x + y + z = 2 \\ -\lambda x + 2y - z = 2\lambda + 1 \end{cases}$$

Solució **Si** $\lambda = -1$ S.I
Si $\lambda \neq -1$ SCD

25. (Sept. 97) Discutir según el valor del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = 1 \\ x + \lambda y - \lambda z = \lambda \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}$$

Solución: **Si** $\lambda = 1/2$ S.I
Si $\lambda \neq 1/2$ SCD

26. (Junio 98) Discutir según el valor del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y + \lambda z = \lambda \\ x + y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

Solución: **Si** $\lambda = 1/5$ S.I
Si $\lambda \neq 1/5$ SCD

27. (Sept. 98) Discutir según el valor del parámetro λ , el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = \lambda \\ x - y + \lambda z = 1 \\ 2x + \lambda z + z = \lambda \end{cases}$$

Solución: **Si** $\lambda = 0$ o $\lambda = 3$ S.I
Si $\lambda \neq 0$ y $\lambda \neq 3$ SCD